МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION

УДК 519.252

Зобнина О. В., студент, 3 курс, факультет «Инженерный бизнес и менеджмент» МГТУ им. Н. Э. Баумана Россия, г. Москва

Дю А. И., студент 3 курс, факультет «Инженерный бизнес и менеджмент» МГТУ им. Н. Э. Баумана Россия, г. Москва

Бабаева Ю. А., студент, 3 курс, факультет «Инженерный бизнес и менеджмент» МГТУ им. Н. Э. Баумана Россия, г. Москва

Zobnina O. V., zobnina2012@mail.ru

Du A. I., zobnina2012@mail.ru

Babaeva Yu. A., zobnina2012@mail.ru

Аннотация

В настоящее время любой вид деятельности человека можно рассматривать с точки зрения оптимизации процесса. Именно за счет оптимизации получается рационально использовать материальные ресурсы, находить способы сокращения ресурсов и экономии денежных средств. С решением задач оптимизации сталкивается любой человек в реальной жизни. Это касается бытовых ситуаций, когда возникает выбор между несколькими альтернативами. Сделать выбор, который определяется одним единственным критерием намного легче, чем при наличии нескольких параметров оптимальности.

Annotation

Nowadays, any kind of activity can be considered in terms of process optimization. It is by optimizing the efficiency of the use of material resources, to find ways to

reduce resources and save money. Any person in real life is faced with solving optimization problems. This applies to everyday situations when the question arises between the options of alternatives. It is easier to make a choice that is provided by one reliable than with the parameters of optimality.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, целевая функция, критерии, ограничения., критерий Парето.

Keywords: Multi-criteria optimization, the objective function, the criteria, limits, Pareto criterion.

Оптимизация является процессом выбора наилучшего варианта из множества всех возможных альтернатив. На основе описательных характеристик разрабатываются модели оптимизации, которые позволяют обеспечивать основу для сочетания данных, взаимоотношений факторов и прогнозов. Данные модели позволяют изучить и принять определенные стратегии планирования. Такие стратегии основаны на определении и установлении целей, рассмотрении всех возможных вариантов решений, а также принятии определенных обязательств и ограничений на ресурсы.

Существуют различные алгоритмы математического программирования, при помощи которых осуществляется оптимизация. Сравнение двух альтернатив или выбор оптимального решения осуществляется с использованием целевой функции, которая определяется установленными проектными параметрами, которые обеспечивают оптимальные значения по критериям качества. Критерий – это показатель эффективности системы относительно поставленной цели. В зависимости от количества критериев оптимизацию разделяют на однокритериальную и многокритериальную. При многокритериальной, или многоцелевой, оптимизации каждой цели соответствует критерий, с помощью которого может быть оценена степень её достижения. В основном, достичь оптимизацию по всем критериям практически невозможно, поэтому решаются задачи по предпочтительному выбору определенных критериев [1].

Для решения задачи на оптимизацию необходимо выделить управляющие параметры, определить их значения, при которых целевая функция принимает максимум (минимум), установить ограничения на проектные параметры. Ограничения устанавливают в силу экономических и технологических соображений.

Многокритериальная оптимизация представляет собой поиск наилучшего, оптимального решения, которое удовлетворяет нескольким различным критериям. На основе алгоритмической обработки происходит оценка качества различных вариантов, а также выявление предпочтительных вариантов, которые в дальнейшем использую для моделирования выбора. Именно моделирование выбора является целью многокритериальной оптимизации. В ходе решения рассматриваются допустимые варианты и альтернативные задачи, которые формируются на основе информации, поступающей из реальной жизни, от экспертов и опытных лиц, консультантов и лиц, принимающих решения (ЛПР) [2]. Стоит отметить, что при решении задачи на многокритериальную оптимизацию невозможно разработать универсальный метод, пригодного для решения любой задачи оптимизации. Выбор метода зависит от различных критериев, от исходных данных и личных соображений ЛПР. Можно выделить общие особенности задач многокритериальной оптимизации:

- процесс разработки математической модели;
- идентификация модели;
- определение критериев качества, их формализация, проведение численных расчетов и обработки данных;
- поиск оптимальных параметров модели.

Формулировка задачи многокритериальной оптимизации обязательно включает в себя ряд требований и условий обязательного удовлетворения всех критериев и ограничений. К таким относятся точка оптимума, все функции в которой должны принадлежать к множеству оптимальных решений и быть отличными от нуля, при этом критерии в точке оптимума должны находиться

в максимально возможной степени. При этом не должно происходить улучшение значения одних показателей качества за счет ухудшения других. Задача многокритериальной оптимизации заключается в том, что существуют математически альтернативные варианты, которые представляют собой область допустимых решений, а также целевые функции, которые должны максимизироваться (минимизироваться) в данной области [3]:

$$f(\overrightarrow{x}) = \{f_1(\overrightarrow{x}), f_2(\overrightarrow{x}), \dots, f_n(\overrightarrow{x})\} \rightarrow \max(\min), \vec{x} \epsilon X. \quad (1)$$

Векторы решений $\overrightarrow{x}$ – допустимое решение в области X, а $f_i(\overrightarrow{x})$ – целевая вектор-функция, $n \geq 2$.

Задача минимизации сводится к задаче максимизации [3] путем умножения целевой функции на -1:

$$f(\overrightarrow{x}) = \max(F(\overrightarrow{x})) = \min(-(F(\overrightarrow{x})) \quad (2)$$

Многокритериальную оптимизацию рассматривают относительно максимизации целевых функций в области допустимых решений.

В реальных ситуациях возникают связи между целевыми функциями, критериями. Так, существуют различные варианты их связи:

- критерии согласовываются друг с другом;
- критерии противоречат друг другу;
- критерии независимы.

Опираясь на экспертную оценку критериев, можно решить задачу многокритериальной оптимизации наиболее простыми и даже максимально эффективными способами [4].

Оптимизация одного критерия является наиболее простым методом, который применяется в случае, когда один из критериев выделяют, как наиболее важный, а другие – как дополнительные. Такие ограничения определяют область допустимых решений, на которых решается задача однокритериальной оптимизации.

Существует метод, который связан с упорядочением критериев и последовательной оптимизацией каждого из них. Такой метод называется

лексикографическим упорядочением. Оптимизация какого-либо критерия начинается только после того, как получена оптимизация по всем предшествующим критериям.

Главная сложность решения многокритериальных задач заключается в том, что невозможно выбрать вариант, который одновременно удовлетворял бы всем критериям. При выгодном положении одного параметра, другой, противоположный по назначению, оказывался в худшем положении. Именно поэтому решение многокритериальных задач связано с сопоставлением выигрышей по одним критериям и проигрышами по другим. Такой выбор происходит в соответствие с предпочтениями лица, принимающего решение, выбирается определенный метод, подходящий в конкретной ситуации.

Одним из самых важных методов решения многокритериальных задач является принцип Парето [5]. На основании данного принципа оптимальное решение выбирается в соответствии с оптимальными точками, называемых Парето-оптимальные, которые составляют область компромисса. При этом любое окончательное решение принимается с учетом дополнительной информации. Использование принципа Парето не является универсальным и применяется только при выполнении определенных аксиом. Построение множества Парето вызывает трудности даже при выполнении всех необходимых условий [6]. Особенностью решения задач многокритериальной оптимизации с помощью принципа Парето дает совершенно новую, качественную информацию по сравнению с одномерными характеристиками.

Существует другой принцип решения задач многокритериальной оптимизации – идея последовательных уступок. Данный метод основан на распределении критериев в порядке убывания от самого важного к наименее важному. При этом на самый важный параметр накладывают экстремальное значение, а другим выделяют ограничения. Такой метод также не является универсальным, так как происходит усложнение условий, которые ограничивают решение. Кроме этого, появляются различные варианты решения задачи, которые нуждаются в анализе.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что многокритериальная оптимизация направлена на моделирование задач, решение которых зависит от двух или более критериев. В решении таких задач не существует универсального метода решения, как и решения, которое удовлетворяло бы всем критериям. Каждая задача имеет свои параметры, критерии и ограничения, которые могут по-разному сказываться на эффективность конечного решения. Именно поэтому методы решения задач многокритериальной оптимизации представляют большой научный интерес.

Использованные источники:

1. Карпенко А. П., Федорук В. Г. Обзор программных систем многокритериальной оптимизации. Отечественные системы // Информационные технологии. 2008. №1. С. 15–22.
2. Многокритериальный анализ и выбор средств телекоммуникаций: монография / В.М. Безрук, Д.В. Чеботарёва, Ю.В. Скорик. – Харьков: Компания СМИТ, 2017. – 268 с.
3. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2004. — 154 с
4. Зак Ю.А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации. — М.: Экономика, 2014 — 455 с.
5. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: Количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 176 с.
6. Ногин В. Д. Принцип Эджворта — Парето и относительная важность критериев в случае нечеткого отношения предпочтения // Журн. вычислит, математики и мат. физики. 2003. Т. 43. № 11. С. 1666–1676.

Sources used:

1. Karpenko A. P., Fedoruk V. G. Review of software systems for multi-criteria optimization. Domestic systems / / Information technologies. 2008. No. 1. pp. 15-22.

2. Multicriteria analysis and choice of telecommunications: monograph / V. M. Bezruk, D. V. Chebotareva, Yu. V. Skorik. - Kharkiv: SMITH Company, 2017. - 268 p.
3. Shevchenko V. N., Zolotykh N. Yu. Linear and integer linear programming — - N. Novgorod: Publishing House of the Nizhny Novgorod State University named after N. I. Lobachevsky, 2004. - 154 p.
4. Zak Yu. A. Applied problems of multicriteria optimization. - M.: Ekonomika, 2014-455 p.
5. Nogin V. D. Decision-making in a multi-criteria environment: A quantitative approach. - M.: FIZMATLIT, 2002. - 176 p.
6. Nogin V. D. The Edgeworth-Pareto principle and the relative importance of criteria in the case of a fuzzy preference relation. computes, maths, and math. physics. 2003. Vol. 43. No. 11. pp. 1666-1676.