АНАЛИЗ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КВАДРАТУРНЫХ СИГНАЛОВ ПО 4 ПИЛОТ-СИГНАЛАМ

ANALYSIS OF QUADRATURE DATA RECOVERY SIGNALS FOR 4 PILOT SIGNALS

УДК 05.00.00

Комарова Ксения Владимировна, аспирантка, кафедра «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва», 430000, Республика Мордовия, г. Саранск

Komarova Ksenia Vladimirovna, kvkomarova10@mail.ru

Аннотация

Представлены графики корреляционных функций по частоте и относительных дисперсий ошибки. Приведено сравнение алгоритма калмановской фильтрации при различных аппроксимациях корреляционных функций. Рассматриваются возможности применения моделей. Предложено использование калмановского восстановления квадратурных составляющих по пилот-сигналам в реальном масштабе времени.

Annotation

Graphs of the frequency correlation functions and relative error variances are presented. The Kalman filtering algorithm is compared for different approximations of correlation functions. The possibilities of using models are considered. The use of Kalman reconstruction of quadrature components from pilot signals in real time is proposed.

Ключевые слова: корреляционная функция, квадратурные составляющие, пилот-сигналы, многочастотные системы связи, относительная дисперсия ошибки.

Keywords: correlation function, quadrature components, pilot signals, multi-frequency communication systems, relative error variance.

В системах приема дискретных сообщений пилот-сигналы используются для восстановления квадратурных составляющих коэффициента передачи канала связи [1]. Применение пилот-сигналов позволяет дать оценку частотно-временного поля характеристик принимаемых сигналов и снизить вероятность ошибочного приема символов. Наиболее эффективно представление случайного поля (СП) в виде двумерного марковского поля, что позволяет применять для восстановления калмановские алгоритмы [2]. Вместе с тем, это приводит к дополнительным ошибкам за счет замены реальных корреляционных функций (КФ), СП экспоненциальными. Таким образом, встает актуальная задача сравнительного анализа эффективности алгоритмов восстановления СП квадратурных составляющих в системах мобильной связи на основе известных и предложенных методов представления СП с помощью авторегрессий с кратными корнями характеристических уравнений.

Рассмотрим возможности восстановления квадратурных составляющих с корреляционной функцией (КФ) в пространстве частот. Для нахождения дисперсии ошибки оценивания квадратурных составляющих воспользуемся фильтрацией Калмана при аппроксимации реальной дробно-рациональной КФ авторегрессионными (АР) процессами первого и второго порядка.

Структура ковариационной матрицы представлена в виде:

$$V_x = \varsigma_x^2 \widetilde{V}_x \qquad (1)$$

где $\widetilde{V}_x = \begin{pmatrix} 1 & R_{1\,2} & R_{1\,3} & \dots & R_{1\,M} \\ R_{2\,1} & 1 & R_{2\,3} & \dots & R_{2\,M} \\ - & - & - & - & - \\ R_{M\,1} & R_{M\,2} & R_{M\,3} & \dots & 1 \end{pmatrix}$;

$R_{iJ} = B_{ij}/\varsigma_x^2$ – коэффициент корреляции квадратурных составляющих, которые находятся по заданной КФ:

$$R_{ij} = R(k = i - j) = R(k) = R(\Delta\omega) = \frac{1}{1+\Delta\omega^2\tau ck^2} = \frac{1}{1+\alpha^2k^2}, \qquad (2)$$

где $\alpha = \Delta\omega_p \tau ck$; $\Delta\omega_p$ – разность соседних частот. Заданный интервал корреляции

k_0 на уровне 1/e позволяет выбрать коэффициент α [3-4]:

$$R(k_0) = \frac{1}{e} = \frac{1}{1+\alpha^2 k_0^2} \quad (3)$$

или $\alpha = \frac{\sqrt{e-1}}{k_0}$, где e – основание натурального логарифма.

Обычно применение фильтра Калмана основано на замене КФ экспонентой:

$$R_1(k) = \sigma_1^2 \rho^{|k|} \ , \quad (4)$$

где ρ_1 находится из условия равенства $R_1(k_0) = \frac{1}{e}$. При этом $\rho_1 = e^{-1/k_0}$.

Для повышения эффективности восстановления квадратурных составляющих будем использовать АР процесс с корнем характеристического уравнения кратности m=2. При этом КФ:

$$R_2(k) = (1 + \frac{(1-\rho^2)}{(1+\rho^2)}|k|)\rho^{|k|}, \quad (5)$$

где параметр ρ по заданному значению k_0.

На рис. 1 приведены три графика КФ $R(k)$, $R_1(k)$, $R_2(k)$ при $k_0 = 10$. Хорошо видно, что КФ $R_2(k)$ лучше аппроксимирует реальную частотную КФ $R(k)$.

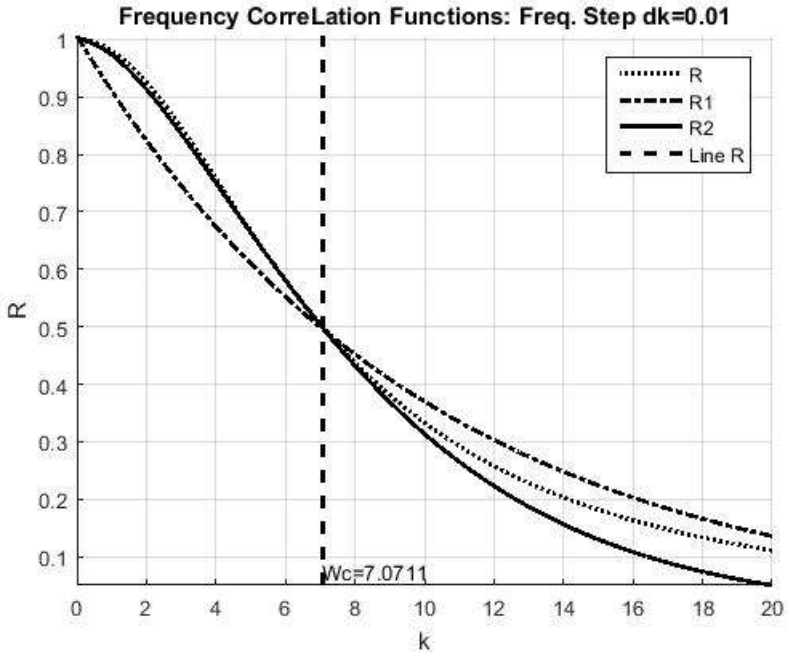


Рис. 1. Корреляционные функции по частоте

dk = 0,01, где dk – дискретность шага.

Дисперсия ошибки для четырёх пилот-сигналов

Представленное на рис. 2 рассмотрим восстановление квадратурных составляющих на 10 частотных позициях с четырьмя пилот-сигналами, расположенными на первой-второй и восьмой-девятой позициях.

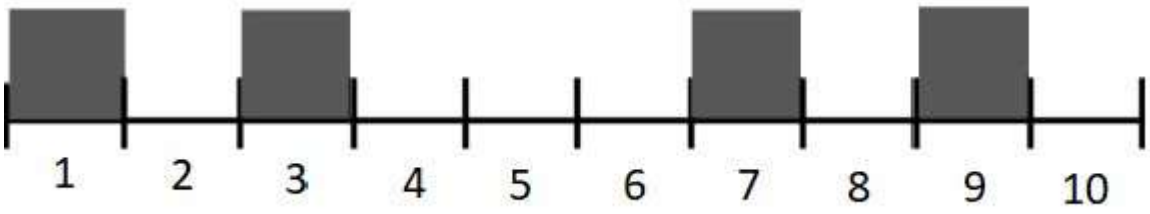


Рис. 2. Расположение четырёх пилот-сигналов

При этом в формуле:

$$C = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

относительные дисперсии ошибок оценивания будут диагональными элементами матрицы.

$$\frac{P}{\varsigma_x^2} = V_x(E + qC^T C V_x)^{-1}, \quad (6)$$

где $q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma^2}$ – отношение сигнал/шум. Структура матрицы $\frac{P}{\sigma_x^2}$ имеет следующий вид:

$$\frac{P}{\sigma_x^2} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & P_{12}/\sigma_x^2 & P_{13}/\sigma_x^2 & \dots & P_{1M}/\sigma_x^2 \\ P_{21}/\sigma_x^2 & \sigma_2^2 & P_{23}/\sigma_x^2 & \dots & P_{2M}/\sigma_x^2 \\ - & - & - & - & - \\ P_{M1}/\sigma_x^2 & P_{M2}/\sigma_x^2 & P_{M3}/\sigma_x^2 & \dots & \sigma_M^2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $\sigma_1^2 = \sigma_{\varepsilon 1}^2/\sigma_x^2, \sigma_2^2 = \sigma_{\varepsilon 2}^2/\sigma_x^2$, …, $\sigma_M^2 = \frac{\sigma_{\varepsilon M}^2}{\sigma_x^2}$– относительные дисперсии ошибок оценивания квадратурных составляющих. $\sigma_x^2 = sigma_x^2 = S_x^2$.

Представлены графики при ρ(k) меняющихся для каждого значения k, как для q=10, так и для q=100, (рисунки 3, 4).

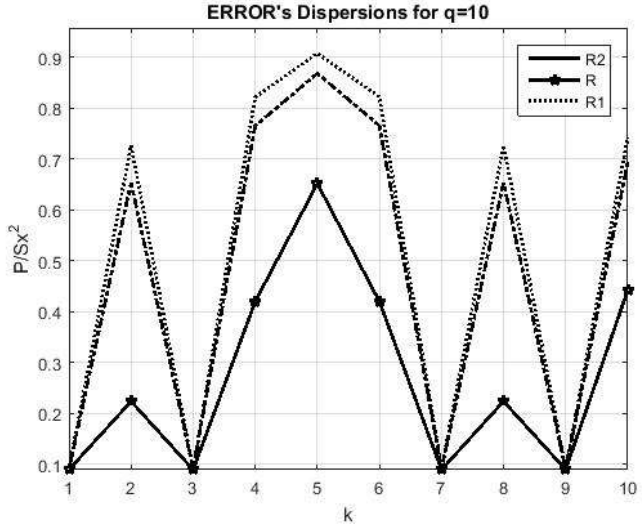


Рис. 3. Относительная дисперсия ошибки при $\rho = f(k)$, $q = 10$

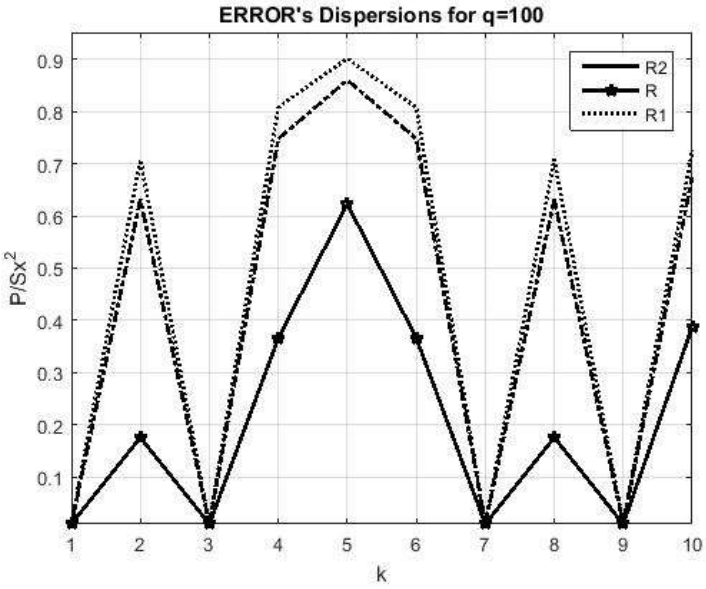


Рис. 4. Относительная дисперсия ошибки при $\rho = f(k)$, $q = 100$

Как следует из анализа кривых на рис. 3 и рис. 4, применение АР моделей с кратными корнями характеристических уравнений и КФ $R_2(k)$ практически не приводит к проигрышу по дисперсии ошибки по отношению к фильтрации с КФ R(k). Заметим, что использование классической калмановской фильтрации с экспоненциальной аппроксимацией $R_1(k)$ реальных КФ проигрывает предложенному подходу в 2-3 раза по дисперсии ошибки восстановления при

незначительном уменьшении вычислительных затрат. Вместе с тем, АР модели обеспечивают возможности применения калмановского восстановления квадратурных составляющих по пилот-сигналам в реальном масштабе времени.

Использованные источники:

1. Чердынцев В. А. Оптимальные алгоритмы приёма цифровых сигналов в каналах с помехами. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/optimalnye-algoritmy-priema-tsifrovyh-signalov-v-kanalah-s-pomehami/viewer
2. Камаев Д.Ш. Оценивание квадратурных составляющих в системах мобильной связи с пилот-сигналами. 60-я Научная сессия, посвященная Дню радио, г. Москва РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2005, с. 65-69.
3. Джеймс У.К. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ/Пер. с англ. – Под ред. М.С. Ярлыкова, М. В. Чернякова. – М.: Связь, 1979. – 520 с.
4. Васильев К.К. «Оптимальная обработка сигналов в дискретном времени»: учеб. пособие. - М.: Радиотехника, 2016. - 288 с.

Sources used:

1. Cherdintsev V. A. Optimal algorithms for receiving digital signals in channels with interference. [Electronic resource] - Access mode: https://cyberleninka.ru/article/n/optimalnye-algoritmy-priema-tsifrovyh-signalov-v-kanalah-s-pomehami/viewer
2. Kamaev D. Sh. Estimation of quadrature components in mobile communication systems with pilot signals. 60th Scientific session dedicated to the Day of radio, Moscow RNTORES them. A. S. Popov, 2005, p. 65-69.
3. James W. K. Communication with mobile objects in the range microwave/TRANS. from English. – Ed M. S. Yarlykov, M. V. Chernyakova. – Moscow, 1979. – 520 p.
4. Vasiliev K. K. "Optimal signal processing in discrete time": textbook. manual. - M.: Radio engineering, 2016. - 288 p.